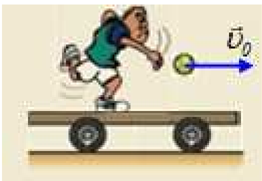
Ρίχνουμε την μπάλα, να πάει…

Στην προηγούμενη ανάρτηση:

[Ρίχνοντας και πιάνοντας την μπάλα.]

Ο αθλητής πέταγε και ξανάπιανε την μπάλα. Ας εξετάσουμε κάτι διαφορετικό τώρα.



Ένας αθλητής μάζας M=60kg στέκεται πάνω σε μία ακίνητη πλατφόρμα μάζας m_1=30kg, η οποία μπορεί να κινηθεί σε λεία επιφάνεια. Ο αθλητής ρίχνει μια μπάλα μάζας m=0,5kg οριζόντια με αρχική ταχύτητα $υ_0$=30m/s (ως προς το έδαφος). Το αποτέλεσμα είναι ο αθλητής να γλιστρήσει πάνω στην πλατφόρμα αποκτώντας ταχύτητα μέτρου 0,2m/s (ως προς το έδαφος), αμέσως μετά την εκτόξευση.

i) Υποστηρίζεται η άποψη ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ του αθλητή και της πλατφόρμας και για το λόγο αυτό γλίστρησε ο αθλητής πάνω της. Να εξετάσετε αν αυτή είναι μια σωστή ή λανθασμένη άποψη.

ii) Η πλατφόρμα θα αποκτήσει ταχύτητα:

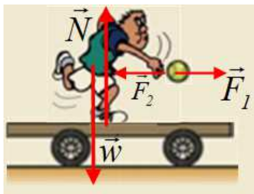
α) προς τα δεξιά, β) προς τα αριστερά.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της πλατφόρμας, μόλις η μπάλα εγκαταλείπει το χέρι του αθλητή.

iv) Ποια θα είναι η ταχύτητα του αθλητή, μόλις πάψει να γλιστρά πάνω στην πλατφόρμα;

Απάντηση:



i) Ας υποθέσουμε ότι η επιφάνεια της πλατφόρμας είναι λεία, με αποτέλεσμα να **μην** εμφανίζεται τριβή μεταξύ πλατφόρμας και αθλητή και η δύναμη που δέχεται ο αθλητής από την πλατφόρμα να είναι κατακόρυφη, η δύναμη $\vec{N}$.

Κατά τη διάρκεια της εκτόξευσης ο αθλητής ασκεί στην μπάλα μια οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$, οπότε η αντίδρασή της, η δύναμη $\vec{F}_2$, ασκείται στον αθλητή, με αποτέλεσμα να τον επιταχύνει προς τα αριστερά. Έτσι το σύστημα αθλητής-μπάλα είναι μονωμένο και εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής (θεωρούμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική) παίρνουμε:

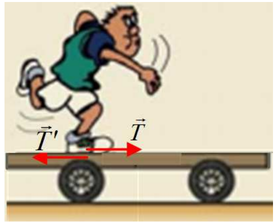
$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά}$$

$$0 = P_{μπ} + P_{αθ} \rightarrow 0 = mυ_0 + MV \rightarrow$$

$$V = -\frac{mυ_0}{M} = -\frac{0,5 \cdot 30}{60} m/s = -0,25 m/s$$

Αλλά έχουμε ως δεδομένο ότι η ταχύτητα του αθλητή έχει μέτρο 0,2m/s, οπότε η υπόθεση για λεία επιφάνεια μας οδήγησε σε άτοπο.

Εξάλλου το ότι η ταχύτητα που τελικά αποκτά ο αθλητής, έχει μέτρο 0,2m/s, μικρότερο από αυτό που υπολογίσαμε (0,25m/s) μας αποδεικνύει ότι στη διάρκεια της εκτόξευσης της μπάλας, δέχτηκε και άλλη δύναμη αντίθετης φοράς από την ταχύτητά του. Δέχτηκε δηλαδή δύναμη τριβής ολίσθησης με φορά προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα να αποκτά τελικά μικρότερη ταχύτητα (κατά μέτρο).



ii) Με βάση τα παραπάνω ο αθλητής δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης $\vec{T}$ με φορά προς τα δεξιά (όπως στο σχήμα), αλλά τότε η αντίδρασή της $\vec{T}'$ ασκείται στην πλατφόρμα και την επιταχύνει προς τα αριστερά. Σωστό το β).

iii) Οι δυνάμεις τριβής που αναπτύσσονται μεταξύ του αθλητή και της πλατφόρμας, είναι εσωτερικές για το σύστημα: Αθλητής-πλατφόρμα-μπάλα. Συνεπώς για το σύστημα των τριών σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

$$0 = P_{\mu\pi} + P_{\alpha\theta} + P_{\pi\lambda} \rightarrow 0 = m\upsilon_0 + MV + m_1\upsilon_1 \rightarrow$$

Και με αντικατάσταση, λαμβάνοντας υπόψη ότι ο αθλητής κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα V=-0,2m/s, παίρνουμε:

$$\upsilon_1 = -\frac{m\upsilon_0 + MV}{m_1} = -\frac{0{,}5\cdot 30 + 60\cdot(-0{,}2)}{30} m/s = -0{,}1 m/s$$

Δηλαδή και η πλατφόρμα κινείται προς τα αριστερά, απλά με μικρότερη ταχύτητα (κατά μέτρο) από ότι ο αθλητής.

iv) Για όσο χρόνο αθλητής και πλατφόρμα έχουν διαφορετικές ταχύτητες εμφανίζεται τριβή ολίσθησης μεταξύ τους, όπως παραπάνω. Η ύπαρξη των δυνάμεων αυτών επιβραδύνει τον αθλητή και επιταχύνει τη πλατφόρμα. Αυτό θα ισχύει μέχρι τη στιγμή που τα δυο σώματα θα αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα, έστω υ_κ. Αλλά και τώρα το σύστημα αθλητής-πλατφόρμα είναι μονωμένο, οπότε ξανά από διατήρηση ορμής παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}$$

$$P_{\alpha\theta} + P_{\pi\lambda} = P'_{\alpha\theta} + P'_{\pi\lambda} \rightarrow MV + m_1\upsilon_1 = M\upsilon_\kappa + m_1\upsilon_\kappa \rightarrow$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{MV + m_1\upsilon_1}{M + m_1} = \frac{60(-0{,}2) + 30(-0{,}1)}{60+30} m/s = -\frac{1}{6} m/s \approx -0{,}17 m/s.$$

Σχόλιο:

Για να απαντηθεί το τελευταίο ερώτημα, θα μπορούσαμε να αδιαφορήσουμε για την ενδιάμεση κατάσταση και να εφαρμόσουμε την ΑΔΟ από τη στιγμή πριν την εκτόξευση, μέχρι την κοινή ταχύτητα, αφού κατά τη διάρκεια όλων των παραπάνω μεταβολών, το σύστημα των τριών σωμάτων είναι μονωμένο. (Αδιαφορούμε για την επίδραση του βάρους στην μπάλα μετά την εκτόξευση):

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

$$0 = P_{\mu\pi} + P_{\alpha\theta} + P_{\pi\lambda} \rightarrow 0 = m\upsilon_0 + M\upsilon_\kappa + m_1\upsilon_\kappa \rightarrow$$

$$\upsilon_\kappa = -\frac{m\upsilon_0}{M + m_1}$$

Και με αντικατάσταση:

$$\upsilon_\kappa = -\frac{0,5 \cdot 30}{60 + 30} m/s = -\frac{1}{6} m/s$$

dmargaris@gmail.com